यूथ कॉम्पिटिशन टाइम्स कृत

बिहार लोक सेवा आयोग विद्यालय अध्यापक परीक्षा

BPSC TRE

4.0 & 5.0

उच्च माध्यमिक विद्यालय (वर्ग 11-12)

गणित

अध्यायवार सॉल्वड पेपर्स

प्रधान सम्पादक

ए.के. महाजन

लेखन एवं सहयोग

परीक्षा विशेषज्ञ समिति

कम्प्यूटर ग्राफिक्स

बालकृष्ण त्रिपाठी एवं आशीष गिरि

सम्पादकीय कार्यालय

12, चर्च लेन, प्रयागराज-211002

9415650134

Email : yctap12@gmail.com

website : www.yctbooks.com/www.yctfastbook.com/www.yctbooksprime.com

© All Rights Reserved with Publisher

प्रकाशन घोषणा

प्रधान सम्पादक एवं प्रकाशक आनन्द कुमार महाजन ने रूप प्रिंटिंग प्रेस, प्रयागराज से मुद्रित करवाकर, वाई.सी.टी. पब्लिकेशन्स प्रा. लि., 12, चर्च लेन, प्रयागराज के लिए प्रकाशित किया।

इस पुस्तक को प्रकाशित करने में सम्पादक एवं प्रकाशक द्वारा पूर्ण सावधानी बरती गई है फिर भी किसी त्रुटि के लिए आपका सुझाव एवं सहयोग सादर अपेक्षित है।

किसी भी विवाद की स्थिति में न्यायिक क्षेत्र प्रयागराज होगा।

₹ : 495/-

विषय सूची

- **बीजगणित (Algebra)........ 3-82**
  - समीकरण के सिद्धांत और सर्वसमिकाए........ 3
    (Theory of Equations and Inequations)
  - अनुक्रम और श्रेणी (Sequences and Series (A.P, G.P, H.P)........ 14
  - क्रमचय और संचय (Permutation and Combination)........ 25
  - द्विपद प्रमेय (Binomial Theorem)........ 34
  - घातंक और लघुगणकीय श्रेणीयाँ (Exponential and Logarithmic Series)........ 41
  - समुच्चय, संबंध और फलन (Sets, Relations and Functions)........ 45
  - आव्यूह और सारणिक (Matrices and Determinants)........ 58
  - सम्मिश्र संख्याएं (Complex Number)........ 75
- **सदिश विश्लेषण (VECTOR ANALYSIS)........ 83-92**
  - सदिशों पर संक्रियाएँ (Operations on Vectors)........ 83
  - अपसरण, प्रवणता और घूर्णन (Vector, Gradient and Curl)........ 89
- **कैलकुलस (CALCULUS)........ 93-160**
  - समीकरण के सिद्धांत और सर्वसमिकाए........ 93
    (Theory of Equations and Inequations)
  - रोल का प्रमेय और लग्रांज का औसत मान प्रमेय........ 116
    (Rolle's Theorem and Lagrange's Mean Value Theorem)
  - स्पर्श रेखा, अभिलंब, वृद्धि, ह्रास तथा फलन के अधिकतम और न्यूनतम मान........ 118
    (Tangent, Normal, Increasing, Decreasing and Maxima/Minima of a Function of one variable)
  - समाकलन, समानकलन के अनुप्रयोग और वक्रो द्वारा घिरा क्षेत्रफल........ 127
    Integration, applications of Integration and area bounded by curve
  - अवकल समीकरण (Ordinary Differential Equations)........ 147
- **ज्यामिति (GEOMETRY)........ 161-211**
  - रेखा और द्विघात के सामान्य समी. तथा उसका वर्गीकरण........ 161
    The Line and General equation of second degree and its classification
  - शांकव खंड (Conic section)........ 181
  - तल और रेखा (The Plane and The Line (Cartesian and vector)........ 209
- **सांख्यिकी और प्रायिकता (Statistics and Probability)........ 212-221**
- **त्रिकोणमिति (TRIGONOMETRY)........ 222-247**
  - त्रिकोणमिति सर्वसमिकाएं (Trigonometrical Identities)........ 222
  - ऊंचाई और दूरी (Height and Distance)........ 232
  - वृत्तीय प्रतिलोम फलन (Circular Inverse Function)........ 237
- **रैखीय प्रोग्रामिंग संख्याएँ (Linear Programming Problems)........ 248-256**

अध्याय-01

बीजगणित

(Algebra)

1.1 समीकरण के सिद्धांत और सर्वसमिकाए Theory of Equations and Inequations

1. If x and y are any two real numbers, x >0 there exists a positive integer n, then Archimedean property is/यदि x और y कोई दो धनात्मक राशिया है तथा x > 0, तब आर्किमिडियन प्रगुण के अनुसार एक पूर्णांक n इस प्रकार है कि

(a) $nx < y$
(b) $nx > y$
(c) $nx = y$
(d) More than one of the above
उपर्युक्त में से एक से अधिक
(e) None of the above /उपर्युक्त में से कोई नहीं

Bihar Tre 3.0 22/07/2024

Ans. (b) आर्किमिडियन प्रगुण, गणित में एक मौलिक अवधारणा है। यह बताती है कि कोई भी दो सकारात्मक वास्तविक संख्याओं x और y के लिए, एक सकारात्मक पूर्णात n मौजूद होता है, जो nx > y हो। दूसरे शब्दों में, कोई भी वास्तविक संख्या चाहे कितनी भी बड़ी क्यों ना हो, हमेशा एक अन्य वास्तविक संख्या का गुणक होता है जो उससे बडा होता है।

2. The greatest common divisor of $f(x) = x^3 - 12x^2 + 47x - 60$ and $g(x) = x^2 - 5x + 6$, will be
$f(x) = x^3 - 12x^2 + 47x - 60$ तथा $g(x) = x^2 - 5x + 6$ का महत्तम सर्व भाजक है

(a) $x - 1$
(b) $x - 2$
(c) $x - 3$
(d) More than one of the above
उपर्युक्त में से एक से अधिक
(e) None of the above /उपर्युक्त में से कोई नहीं

Bihar Tre 3.0 22/07/2024

Ans. (c) दिया है-

$$f(x) = x^3 - 12x^2 + 47x - 60$$

3 गुणनखण्ड लेने पर-

$$f(x) = x^3 - 12x^2 + 47x - 60$$
$$= x^3 - 3x^2 - 9x^2 + 27x + 20x - 60$$
$$= x^2(x-3) - 9x(x-3) + 20x - 60$$
$$= x^2(x-3) - 9x(x-3) + 20(x-3)$$
$$= (x-3)(x^2 - 9x + 20)$$
$$= (x-3)(x^2 - 5x - 4x + 20)$$
$$= (x-3)[x(x-5) - 4(x-5)]$$
$$= (x-3)(x-4)(x-5)$$

तथा, $g(x) = x^2 - 5x + 6$ के गुणनखण्ड-

$$= x^2 - (3+2)x + 6$$
$$= x^2 - 3x - 2x + 6$$
$$= x(x-3) - 2(x-3)$$
$$= (x-3)(x-2)$$

अतः f(x) and g(x) का महत्तम सर्वभाजक $(x - 3)$ है।

3. If "a" is divided by "p" then remainder is 5. If a^2 is divided by "p" then remainder will be
यदि "a" को "p" से भाग दिया जाता है तो शेषफल 5 प्राप्त होता है यदि a^2 को "p" से भाग दिया जाता है तो शेषफल होगा

(a) 5
(b) 25
(c) 125
(d) More than one of the above
उपर्युक्त में से एक से अधिक
(e) None of the above /उपर्युक्त में से कोई नहीं

Bihar Tre 3.0 22/07/2024

Ans. (e) a को p से भाग देने पर शेषफल 5 आता है।
अर्थात् $a = p.q + 5$ जहाँ q भागफल है।
जब a^2 को p से भाग दिया जाय तो शेषफल-

$$a^2 = (p.q + 5)^2$$
$$(p.q + 5)^2 = p^2q^2 + 10pq + 25$$
$$= p(pq^2 + 10q) + 25$$

यहाँ $pq^2 + 10q$, p से विभाज्य है।
अतः a^2 को p से भाग देने पर शेषफल 25 प्राप्त होगा
Note - 'a' और 'p' के अलग-अलग मान लेने पर हमें अलग-अलग शेषफल प्राप्त होते हैं, इसलिए सही उत्तर विकल्प e है।

4. **Two numbers are in the ratio 2:3, if the product of LCM and HCF is 294, then the numbers will be/दो संख्याओं का अनुपात 2:3 है तथा उनके लघुत्तम समापवर्तक और महत्तम समापवर्तको का गुणन 294 है, तो वे संख्याऐं होगी-**

(a) 2, 3
(b) 14, 21
(c) 10, 15
(d) More than one of the above
उपर्युक्त में से एक से अधिक
(e) None of the above /उपर्युक्त में से कोई नहीं

Bihar Tre 3.0 22/07/2024

Ans. (b) दिया है,

संख्याओं का अनुपात 2 : 3

माना पहली संख्या 2x तथा दूसरी 3x है।

हम जानते है।

म.स. × ल.स. = पहली संख्या × दूसरी संख्या

$294 = 2x \times 3x$

$294 = 6x^2$

$49 = x^2$

$7 = x$

अतः संख्याएं, $2x = 2\times 7 = 14$

$3x = 3\times 7 = 21$

5.x – 3 = 0, is
बहुपद $x^3 - 3x^2 + x - 3 = 0$ के धनात्मक मूल होंगे

(a) At most 3 positive roots
अधिक से अधिक 3 धनात्मक मूल
(b) At most 2 positive roots
अधिक से अधिक 2 धनात्मक मूल
(c) All complex roots/सभी समिश्र मूल
(d) More than one of the above
उपर्युक्त में से एक से अधिक
(e) None of the above/उपर्युक्त में से कोई नहीं

Bihar Tre 3.0 22/07/2024

Ans. (e)

बहुपद $x^3 - 3x^2 + x - 3 = 0$ के कितने धनात्मक मूल होंगे।

माना x = 3 बहुपद में रखने पर

f(3) = 27–27+3–3 = 0

f(3) = 0

x = 3 इसका मूल होगा

$$x-3)\ x^3-3x^2+x-3\ (x^2+1$$
$$\underline{x^3-3x^2}$$
$$\quad -\ \ +$$
$$x-3$$
$$\underline{x-3}$$
$$\times$$

$\Rightarrow (x-3)(x^2+1) = 0$

x = 3, और $x = \pm i$

अतः बहुपद $x^3-3x^2+x-3 = 0$ के केवल x = 3 ही धनात्मक मूल होंगे।

6. **The quadratic equation whose roots are inverse of roots of equation $x^2 - 2x + 3 = 0$ will be**
उस वर्ग समीकरण को ज्ञात कीजिए, जिसके मूल समीकरण $x^2 - 2x + 3 = 0$ के मूलों के व्युत्क्रम है-

(a) $2x^2 - 3x + 1 = 0$
(b) $6x^2 + 4x + 1 = 0$
(c) $3x^2 + 2x + 1 = 0$
(d) More than one of the above
उपर्युक्त में से एक से अधिक
(e) None of the above /उपर्युक्त में से कोई नहीं

Bihar Tre 3.0 22/07/2024

Ans.(e) दिया गया समीकरण-

$x^2 - 2x + 3 = 0$

माना मूल α, βहै।

$\alpha+\beta = 2, \qquad \alpha.\beta = 3$

द्विघात समी. का जो α, βको व्युत्क्रम है।

$\alpha', \beta' \qquad \alpha' = \frac{1}{\alpha},\ \beta' = \frac{1}{\beta}$

$\alpha'+\beta' = \frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta} = \frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta} = \frac{2}{3}$

$\alpha'\beta' = \frac{1}{\alpha}\cdot\frac{1}{\beta} = \frac{1}{\alpha\beta} = \frac{1}{3}$

द्विघात समीकरण.

$x^2-(\alpha'+\beta')x+\alpha'\beta'$

$x^2 - \frac{2}{3}x + \frac{1}{3} = 0$

$3x^2-2x+1 = 0$

नोट- आयोग ने इस प्रश्न को निरस्त किया।

7. **The sum of two roots of a quadratic equation in 5 and product is 6, then the equation will be**
किसी वर्ग समीकरण के दो मूलों का योग 5 तथा गुणन 6 तब उसका समीकरण होगा

(a) $x^2 - 5x + 6 = 0$
(b) $x^2 + 5x + 6 = 0$
(c) $x^2 - 6x + 5 = 0$
(d) More than one of the above
उपर्युक्त में से एक से अधिक
(e) None of the above /उपर्युक्त में से कोई नहीं

Bihar Tre 3.0 22/07/2024

Ans. (a) दिया है-

मूलों का योगफल $(x_1 + x_2) = 5$

मूलों का गुणनफल $(x_1.x_2) = 6$

अतः समीकरण-

x^2 – (मूलों का योग) x + मूलों का गुणनफल = 0

$x^2 - (5)x + 6 = 0$

$x^2 - 5x + 6 = 0$

8. The pair of equations 3x - 5y = 7 and -6x +10y = 7 has
समीकरण-युग्म 3x - 5y = 7 तथा -6x +10y = 7

(a) a unique solution/का अद्वितीय हल है
(b) infinitely many solutions/के अनन्त हल हैं
(c) no solution/का कोई हल नहीं है
(d) More than one of the above/उपर्युक्त में से एक से अधिक
(e) None of the above/उपर्युक्त में से कोई नहीं

Bihar Tre 2.0 15/12/2023

Ans. (c) : समीकरण युग्म,

$$3x - 5y = 7$$
$$-6x + 10y = 7$$
$$\frac{3}{-6} = \frac{-5}{10} = \frac{7}{7}$$
$$\Rightarrow \quad \frac{-1}{2} = \frac{-1}{2} \neq \frac{1}{1}$$

हम जानते है कि $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$ तो समीकरण का कोई हल नहीं होगा।

9. Which of the following statements is correct?
निम्नलिखित में से कौन-सा कथन सत्य है?

(a) A polynomial equation has at least one root./एक बहुपद समीकरण का कम-से-कम एक मूल होता है।
(b) A polynomial equation of degree n has n roots./एक n घात के बहुपद समीकरण के n मूल होते हैं।
(c) A polynomial equation may have no real roots./एक बहुपद समीकरण का कोई वास्तविक मूल नहीं भी हो सकता है।
(d) More than one of the above/उपर्युक्त में से एक से अधिक
(e) None of the above/उपर्युक्त में से कोई नहीं

Bihar Tre 2.0 15/12/2023

Ans. (d) : हम जानते हैं कि –
(a) एक बहुपद समीकरण का कम-से-कम एक मूल होता है।
(b) एक n घात के बहुपद समीकरण के n मूल होते हैं।
अतः उपर्युक्त में से एक से अधिक विकल्प सही है।

10. If the arithmetic mean and geometric mean of the roots of a quadratic equation are 8 and 5, respectively, then the quadratic equation is
यदि एक द्विघात समीकरण के मूलों का समांतर माध्य तथा गुणोत्तर माध्य क्रमशः 8 तथा 5 हों, तो द्विघात समीकरण है

(a) $x^2 - 13x + 40 = 0$
(b) $x^2 - 16x + 25 = 0$
(c) $x^2 - 13x + 25 = 0$
(d) More than one of the above/उपर्युक्त में से एक से अधिक
(e) None of the above/उपर्युक्त में से कोई नहीं

Bihar Tre 2.0 15/12/2023

Ans. (b): माना द्विघात समीकरण के मूल α तथा β है।
दिया है– मूलों का समान्तर माध्य = 8
तथा, मूलों का गुणोत्तर माध्य = 5

अर्थात्, $\frac{\alpha+\beta}{2} = 8$
$$\Rightarrow \alpha + \beta = 16$$
तथा, $\sqrt{\alpha\beta} = 5$
$$\Rightarrow \alpha\beta = 25$$
अतः द्विघात समीकरण $x^2 - 16x + 25 = 0$

11. The sum of the roots of the equation $x^2 - 4|x-2| - 4x + 8 = 0$ is/समीकरण $x^2 - 4|x-2| - 4x + 8 = 0$ के मूलों का योग है।

(a) 8
(b) 9
(c) 6
(d) More than one of the above/उपर्युक्त में से एक से अधिक
(e) None of the above/उपर्युक्त में से कोई नहीं

Bihar Tre 1.0 26/08/2023

Ans.(a): We have
$$x^2 - 8x + 16 = 0 \text{ and } x^2 = 0$$
$\Rightarrow$ sum of roots = 8

12. The condition, under which the roots of the cubic equation $x^3 - px^2 + qx - r = 0$ are in a geometrical progression is.
वह शर्त, जिसके अंतर्गत त्रिघाती समीकरण $x^3 - px^2 + qx - r = 0$ के मूल गुणोत्तर श्रेणी में हों, है।

(a) $p + q - r = 0$
(b) $q^3 r - p^3 = 0$
(c) $p^3 r - q^3 = 0$
(d) More than one of the above/उपर्युक्त में से एक से अधिक
(e) None of the above/उपर्युक्त में से कोई नहीं

Bihar Tre 1.0 26/08/2023

Ans.(c): Let α, β, γ be the roots of the cubic equation
$$x^3 - px^2 + qx - r = 0$$
Then we have
$$(\alpha + \beta + \gamma) = p$$
$$\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = q$$
$$\alpha\beta\gamma = r$$
Roots α, β, γ are in geometric progession
$$\beta^2 = \alpha\gamma$$

Then,

$$\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = \alpha\beta + \beta\gamma + \beta^2$$
$$q = \beta(\alpha + \beta + \gamma)$$
$$q = \beta p$$

And $\alpha\beta\gamma = \beta\alpha\gamma$

$$r = \beta.\beta^2$$
$$r = \beta^3$$

Now, $r = \left(\frac{q}{p}\right)^3$

or $p^3 r - q^3 = 0$

13. If $x^2 + \frac{1}{x^2} = 11$, then value of $x^3 - \frac{1}{x^3}$ may be equal to

यदि $x^2 + \frac{1}{x^2} = 11$ तो $x^3 - \frac{1}{x^3}$ का मान हो सकता है

(a) 22 (b) 25 (c) 33

(d) More than one of the above
उपर्युक्त में से एक से अधिक

(e) None of the above /उपर्युक्त में से कोई नहीं

Ans. (e) : $x^2 + \frac{1}{x^2} = 11$ तो $x^3 - \frac{1}{x^3} = ?$

$$\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = x^2 + \frac{1}{x^2} - 2$$

$$\Rightarrow \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = 11 - 2 \Rightarrow \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = 9$$

$$x - \frac{1}{x} = \sqrt{9} = 3$$

$$\left(x - \frac{1}{x}\right)^3 = x^3 - \frac{1}{x^3} - 3x\frac{1}{x}\left(x - \frac{1}{x}\right)$$

$$\Rightarrow 27 = x^3 - \frac{1}{x^3} - 3 \times 3$$

$$\Rightarrow x^3 - \frac{1}{x^3} = 27 + 9 = 36$$

14. If the difference of the roots of the equation $x^2 + px + 12 = 0$ is one then the values of p are–

यदि समीकरण $x^2 + px + 12 = 0$ के मूलों का अन्तर एक हो तो p के मान हैं–

(a) ± 2 (b) ± 3 (c) ± 1

(d) More than one of the above
उपर्युक्त में से एक से अधिक

(e) None of the above/उपर्युक्त में से कोई नहीं

Ans. (e) : ±7

$x^2 + px + 12 = 0$ _____(i)

Let α, β be the roots of (i)

Then $\alpha + \beta = -p$

& $\alpha - \beta = 1$

So, we get $\alpha = \frac{-p}{2} + \frac{1}{2}$ & $\beta = \frac{-p}{2} - \frac{1}{2}$

and $\alpha\beta = 12$ gives

$$\frac{1}{4}(p+1)(p-1) = 12$$

$$\Rightarrow (p+1)(p-1) = 48$$

$$\Rightarrow p^2 - 1 = 48$$

$$\Rightarrow p^2 = 49 \qquad \Rightarrow p = \pm 7$$

15. If the two roots of the equation $x^3 - 5x^2 - 16x + 80 = 0$ are 4 and –4 then the third root of this equation is

यदि समीकरण $x^3 - 5x^2 - 16x + 80 = 0$ के दो मूल 4 तथा –4 हैं तो इस समीकरण का तीसरा मूल है–

(a) 1 (b) 2

(c) 6

(d) More than one of the above
उपर्युक्त में से एक से अधिक

(e) None of the above /उपर्युक्त में से कोई नहीं

Ans. (e) : 5

Let the third root be r.

$\therefore 4 + (-4) + r = 5$ (sum of roots)

$\Rightarrow r = 5$

16. The number of real solutions of the equation $|x|^2 - 3|x| + 2 = 0$ is

समीकरण $|x|^2 - 3|x| + 2 = 0$ के वास्तविक मूलों की संख्या है

(a) 1

(b) 3

(c) 2

(d) More than one of the above
उपर्युक्त में से एक से अधिक

(e) None of the above /उपर्युक्त में से कोई नहीं

Ans. (e) : $|x|^2 - 3|x| + 2 = 0$

$$|x| = \begin{cases} x; x \geq 0 \\ -x; x < 0 \end{cases}$$

Case I-

यदि $x < 0$

$x^2 + 3x + 2 = 0$

$x^2 + 2x + x + 2 = 0$

$x(x + 2) + 1(x + 2) = 0$

$x = -1, x = -2$

Case II-

$x > 0$

$x^2 - 3x + 2 = 0$

$x^2 - 2x - x + 2 = 0$

$x(x - 2) - 1(x - 2) = 0$

$x = 1, x = 2$

4 वास्तविक मूल प्राप्त होंगे।

17. The harmonic mean of the roots of the equation $ax^2 - bx + c = 0$ is/समीकरण $ax^2 - bx + c = 0$ के मूलों का हरात्मक माध्य है।

(a) $-\frac{2c}{b}$

(b) $\frac{c}{b}$ (c) $-\frac{c}{b}$

(d) More than one of the above
उपर्युक्त में से एक से अधिक

(e) None of the above /उपर्युक्त में से कोई नहीं

Ans. (e) : Let α and β are roots of equation

$ax^2 - bx + c = 0$

Let H be harmonic mean of α and β

$$\therefore \quad \frac{1}{H} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}\right)$$

$$H = 2\frac{\alpha\beta}{\alpha+\beta}$$

$$= 2\frac{c/a}{b/a} \qquad \left(\because \alpha+\beta = \frac{b}{a}, \text{and } \alpha\beta = \frac{c}{a}\right)$$

$$= \frac{2c}{b}$$

18. If $x = 3 - \sqrt{5}$, then $\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{2}+\sqrt{3x-2}} =$

यदि $x = 3 - \sqrt{5}$, तो $\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{2}+\sqrt{3x-2}} =$

(a) 5 (b) $\sqrt{5}$

(c) $\frac{1}{5}$

(d) More than one of the above
उपर्युक्त में से एक से अधिक

(e) None of the above /उपर्युक्त में से कोई नहीं

Ans. (e) :

Given $x = 3 - \sqrt{5}$ then $x = \frac{2\left(3-\sqrt{5}\right)}{2} = \frac{1}{2}\left(6 - 2\sqrt{5}\right)$

$$= \frac{\left(\sqrt{5}-1\right)^2}{2}$$

$$\therefore \sqrt{x} = \frac{\sqrt{5}-1}{\sqrt{2}}$$

Now $3x - 2 = 3\left(3-\sqrt{5}\right) - 2 = 7 - 3\sqrt{5} = \frac{2\left(7-3\sqrt{5}\right)}{2}$

$$= \frac{14-6\sqrt{5}}{2} = \frac{\left(3-\sqrt{5}\right)^2}{2}$$

$$\therefore \quad \sqrt{3x-2} = \frac{3-\sqrt{5}}{\sqrt{2}}$$

$$\therefore \quad \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{2}+\sqrt{3x-2}} = \frac{\frac{\sqrt{5}-1}{\sqrt{2}}}{\sqrt{2}+\frac{3-\sqrt{5}}{\sqrt{2}}} = \frac{\sqrt{5}-1}{2+3-\sqrt{5}}$$

$$= \frac{\sqrt{5}-1}{5-\sqrt{5}}$$

$$= \frac{\left(\sqrt{5}-1\right)\left(5+\sqrt{5}\right)}{(5)^2 - \left(\sqrt{5}\right)^2}$$

$$= \frac{5\sqrt{5}+5-5-\sqrt{5}}{20}$$

$$= \frac{4\sqrt{5}}{20} = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

19. If $|x+3| \geq 10$ then x is

यदि $|x+3| \geq 10$ तब x है

(a) $x \in [-13, 7]$

(b) $x \in (-\infty, -13) \cup (7, \infty)$

(c) $x \in (-13, 7)$

(d) More than one of the above
उपर्युक्त में से एक से अधिक

(e) None of the above /उपर्युक्त में से कोई नहीं

Ans. (e) : If $|x+3| \geq 10$, we have $(x+3) \geq 10$ & $(x+3) \leq -10$

$\Rightarrow x \geq 7$ & $x \leq -13$

$\Rightarrow x \in (-\infty, -13] \cup [7, \infty)$

20. If α, β are the roots of the quadratic equation $2x^2 - 5x - 7 = 0$, then $\frac{1}{\alpha^2} + \frac{1}{\beta^2} =$

यदि α, β द्विघात समीकरण $2x^2 - 5x - 7 = 0$ के मूल है तब $\frac{1}{\alpha^2} + \frac{1}{\beta^2} =$

(a) 1 (b) 50/39

(c) 59/37

(d) More than one of the above
उपर्युक्त में से एक से अधिक

(e) None of the above /उपर्युक्त में से कोई नहीं

Ans. (e) :

If α, β are the roots of the equation $2x^2 - 5x - 7 = 0$ then

$\alpha + \beta = \frac{5}{2}$ & $\alpha\beta = -7/2$ which gives

$$\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha+\beta)^2 - 2\alpha\beta = \frac{25}{4} + 7 = \frac{53}{4}$$

So, $\frac{1}{\alpha^2} + \frac{1}{\beta^2} = \frac{\alpha^2+\beta^2}{\alpha^2\beta^2} = \frac{53/4}{49/4} = \frac{53}{49}$

21. If the equation $9\sqrt{x}-7\sqrt{x}-36=-16$, then the value of 'x' is:/यदि समीकरण $9\sqrt{x}-7\sqrt{x}-36=-16$ है, तो 'x' का मान है:

(a) 5 (b) 10
(c) 20
(d) More than one of the above
उपर्युक्त में से एक से अधिक
(e) None of the above /उपर्युक्त में से कोई नहीं

Ans. (e) : Given $9\sqrt{x}-7\sqrt{x}-36=-16$

$\Rightarrow \quad 2\sqrt{x}=20$

$\Rightarrow \quad \sqrt{x}=10$

$\Rightarrow \quad x=100$

22. If x–1 and x+3 are the two factors of x^3+ax+b, then remaining factor is
यदि x^3+ax+b, के दो गुणनखण्ड x–1 और x+3 हो, तो बचा हुआ गुणनखण्ड है

(a) x+2 (b) x–3
(c) x+1
(d) More than one of the above
उपर्युक्त में से एक से अधिक
(e) None of the above /उपर्युक्त में से कोई नहीं

Ans : (e) व्यंजक $x^3+ax+b=0$
गुणनखण्ड (x–1) (x+3) है
तब $x-1=0, x=1$
तथा, $x+3=0, x=-3$
व्यंजक में x=1 रखने पर
$a+b=-1$ .... (i)
x= –3 रखने पर
$-3a+b=27$ .... (ii)
समीकरण (i) व (ii) से
$4a=-28$
$a=-7, \quad b=6$
a तथा b का मान व्यंजक में रखने पर
$x^3-7x+6=0$
$x^3+2x^2-3x-2x^2-4x+6$
$x(x^2+2x-3)-2(x^2+2x-3)$
$(x-2)(x^2+2x-3)$
$(x-2)(x-1)(x+3)$
अत: व्यंजक का बचा गुणनखण्ड (x–2) है।

23. The equations 2x–ky+7 =0 and 6x–12y+15 = 0 have no solution for/समीकरणों 2x–ky+7 = 0 तथा 6x–12y+15 = 0 का कोई हल नहीं है, जब

(a) k = –4 (b) k = 4
(c) k=1
(d) More than one of the above
उपर्युक्त में से एक से अधिक
(e) None of the above /उपर्युक्त में से कोई नहीं

Ans : (b) Condition of no solution

$$\frac{a_1}{a_2}=\frac{b_1}{b_2}\neq\frac{c_1}{c_2}$$

प्रश्नानुसार,
$2x-ky+7=0$
$6x-12y+15=0$
तब $\frac{2}{6}=\frac{k}{12}\neq\frac{7}{15}$
$\frac{1}{3}=\frac{k}{12}$
$k=4$

24. If the roots of the equation $x^2+x+a=0$, a>0 are real and distinct, then the roots of the equation $x^2-4\sqrt{a}x+1=0$ are
यदि समीकरण $x^2+x+a=0$, a>0 के मूल वास्तविक एवं असमान हो, तो समीकरण $x^2-4\sqrt{a}x+1=0$ के मूल होंगे

(a) rational /परिमेय
(b) irrational /अपरिमेय
(c) imaginary /अधिकल्पित
(d) More than one of the above
उपर्युक्त में से एक से अधिक
(e) None of the above /उपर्युक्त में से कोई नहीं

Ans : (c) $x^2+x+a=0, \quad a>0$
then $D>0$
$1-4a>0$
$4a<1$
$a<\frac{1}{4}$
$0<16a<4$
$0<16a-4<0$
equ $x^2-4\sqrt{a}x+1=0$
$D=16a-4<0$
So the Roots imaginary

25. निम्नलिखित में से कौन सा समीकरण दो चरों में एक रैखिक समीकरण है?

(a) 7x–3y + 2z = 0 (b) $(y+x)^2-2=0$
(c) 2x–3y+7 = 0
(d) More than one of the above
उपर्युक्त में से एक से अधिक
(e) None of the above /उपर्युक्त में से कोई नहीं

Ans : (c) दो चरों का रैखिक समी.
निम्न 2x–3y+7 = 0
एक घात का समीकरण रैखिक समीकरण होता है।

26. दो उम्मीदवारों ने प्रश्न $x^2+px+q=0$ को हल करने का प्रयास किया। एक ने p के गलत मान के साथ शुरू किया और उसे मूल –1 और –9 मिला, जबकि दूसरे ने q के गलत मान के साथ शुरू किया और उसे मूल 2 और 8 मिला। सही मूल का पता लगायें।

(a) 1 और 9 (b) 9
(c) –1 और 2
(d) More than one of the above
उपर्युक्त में से एक से अधिक
(e) None of the above /उपर्युक्त में से कोई नहीं

Ans : (d) $x^2+px+q=0$

* प्रथम व्यक्ति P का गलत मान रखने पर मूल –1 और –9

तब मूलों का योग = –1–9

$-p = -10, \quad \boxed{p = 10}$

मूलों का गुणनफल = (–1) ×(–9)

$\boxed{q = 9}$ जो सही है।

* द्वितीय व्यक्ति q का गलत मान रखने पर मूल 2 और 8

तब मूलों का योग =2+8

$-p = 10, \quad \boxed{p = -10}$

मूलों का गुणनफल = 2 ×8

$\boxed{q = 16}$ जो गलत है।

तब सही समीकरण $x^2+px+q = 0$

$x^2-10x+9 = 0$

$(x-9)(x-1) = 0, \quad x = 1, 9$

अर्थात सही मूल 1 और 9 होंगे।

27. The number of solutions of $\log_4(x-1) = \log_2(x-3)$ is

$\log_4(x-1) = \log_2(x-3)$ के हलों की संख्या है

(a) 2 (b) 3 (c) 1

(d) More than one of the above
उपर्युक्त में से एक से अधिक

(e) None of the above /उपर्युक्त में से कोई नहीं

Ans : (c) $\log_4(x-1) = \log_2(x-3)$

$\log_{2^2}(x-1) = \log_2(x-3)$

$\frac{1}{2}\log_2(x-1) = \log_2(x-3)$

$\log_2(x-1)^{\frac{1}{2}} = \log_2(x-3)$

$(x-1)^{\frac{1}{2}} = (x-3)$

Squaring both side

$(x-1) = (x-3)^2$

$(x-1) = x^2 - 6x + 9$

$x^2 - 7x + 10 = 0$

$x^2 - 5x - 2x + 10 = 0$

$x(x-5) - 2(x-5) = 0$

$(x-2)(x-5) = 0$

$x = 2, 5$

लेकिन 2 पर $\log_4(x-1) = \log_2(x-3)$ संतुष्ट नहीं होगा इसलिए केवल एक ही हल होगा।

28. For the equation $|x^2|+|x|-6=0$

समीकरण $|x^2|+|x|-6=0$ के लिए

(a) the sum of roots is 0/मूलों का योग 0 है

(b) the product of roots is –4/मूलों का गुणनफल –4 है

(c) there are four roots/चार मूल हैं

(d) More than one of the above
उपर्युक्त में से एक से अधिक

(e) None of the above /उपर्युक्त में से कोई नहीं

Ans : (d) $|x|^2 + |x| - 6 = 0$

$|x|^2 + 3|x| - 2|x| - 6 = 0$

$|x|\{|x|+3\} - 2\{|x|+3\} = 0$

$\{|x|+3\}\{|x|-2\} = 0$

$|x| = -3$ (सम्भव नहीं)

$|x| = 2$

तो $x = \pm 2$

अतः मूलों का गुणनफल –4 होगा।

और मूलों का योग 0 होगा।

29. The condition that the equations $ax^2+bx+c=0$, $a'x^2+b'x+c' = 0$ have a common root is

समीकरणों $ax^2+bx+c=0$, $a'x^2+b'x+c' = 0$ के एक उभयनिष्ठ मूल होने का प्रतिबंध है।

(a) $(bc'-b'c)^2 = (ca'-c'a)(ab'-a'b)$

(b) $(ab'-a'b)^2 = (ca'-c'a)(bc'-b'c)$

(c) $(ca'-c'a)^2 = (bc'-b'c)(ab'-a'b)$

(d) More than one of the above
उपर्युक्त में से एक से अधिक

(e) None of the above /उपर्युक्त में से कोई नहीं

Ans : (c) $ax^2+bx+c=0$,

$a'x^2+b'x+c' = 0$ का एक उभयनिष्ठ मूल α हो-

$$\frac{\alpha^2}{bc'-cb'} = \frac{\alpha}{a'c-ac'} = \frac{1}{ab'-ba'}$$

$$\alpha^2 = \frac{bc'-cb'}{ab'-ba'} \text{ .... (i)}$$

$$\alpha = \frac{a'c-ac'}{ab'-ba'} \text{ .... (ii)}$$

समी. (i) व (ii) से

$$\left(\frac{a'c-ac'}{ab'-ba'}\right)^2 = \frac{bc'-cb'}{ab'-ba'}$$

$$(a'c-ac')^2 = (bc'-cb')(ab'-ba')$$

30. If roots of the equation $3x^2 + 4x + 7 = 0$ are α, β then value of $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}$ is equal to–

यदि $3x^2 + 4x + 7 = 0$ समीकरण के मूल α, β हैं, तो $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}$ का मूल्य इसके बराबर है–

(a) $\frac{-3}{7}$ (b) $\frac{-4}{7}$ (c) $\frac{-5}{7}$

(d) More than one of the above
उपर्युक्त में से एक से अधिक

(e) None of the above /उपर्युक्त में से कोई नहीं

Ans. (b): Since α, β are the roots of $3x^2+4x+7=0$

$\therefore \alpha+\beta=-4/3 \,\&\, \alpha.\beta=7/3$

and hence $\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}=\frac{\alpha+\beta}{\alpha.\beta}=\frac{-4/3}{7/3}$

$\Rightarrow \boxed{\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}=-\frac{4}{7}}$

31. समीकरण $|x^2|+|x|-6=20$ के मूल हैं:

(a) एक और केवल एक वास्तविक संख्या
(b) वास्तविक और योग, एक
(c) वास्तविक और योग, शून्य
(d) More than one of the above
उपर्युक्त में से एक से अधिक
(e) None of the above /उपर्युक्त में से कोई नहीं

Ans : (c) समीकरण $|x^2|+|x|-6=20$ ..... (i)

$\because |x|=\begin{cases} x, & x>0 \\ -x, & x<0 \end{cases}$

Case -I जब $x>0, |x|=x,$

$\therefore x^2+x-6=20 \Rightarrow x^2+x-26=0$

$\Rightarrow x=\frac{-1\pm\sqrt{1+104}}{2}=\frac{-1\pm\sqrt{105}}{2}$

Case -II जब $x>0, |x|=-x,$

$\Rightarrow x^2-x-6=20 \Rightarrow x^2-x-26=0$

$\Rightarrow x=\frac{1\pm\sqrt{1+104}}{2}=\frac{1\pm\sqrt{105}}{2}$

$\therefore$ मूलों का योगफल $=\frac{-1\pm\sqrt{105}}{2}+\frac{1\pm\sqrt{105}}{2}$

$=\frac{-1+\sqrt{105}-1-\sqrt{105}+1+\sqrt{105}+1-\sqrt{105}}{2}$

$=\frac{0}{2}=0$

मूलों का गुणनफल

$=\left(\frac{-1\pm\sqrt{105}}{2}\right)\left(\frac{1\pm\sqrt{105}}{2}\right)$

$=\left(\frac{-1+\sqrt{105}}{2}\right)\left(\frac{-1-\sqrt{105}}{2}\right)\left(\frac{1+\sqrt{105}}{2}\right)\left(\frac{1-\sqrt{105}}{2}\right)$

$=\left(\frac{(-1)^2-(\sqrt{105})^2}{4}\right)\left(\frac{(1)^2-(\sqrt{105})^2}{4}\right)$

$=\left(\frac{1-105}{4}\right)\left(\frac{1-105}{4}\right)$

$=26\times26=676$

अत: मूल वास्तविक है और मूलों का योगफल शून्य है।

32. $x+\frac{1}{x}$ का व्युत्क्रम प्राप्त कीजिए:

(a) $\frac{x^2+1}{x}$ (b) $\frac{x}{x^2-1}$
(c) $\frac{x}{x^2+1}$
(d) More than one of the above
उपर्युक्त में से एक से अधिक
(e) None of the above /उपर्युक्त में से कोई नहीं

Ans : (c) $x+\frac{1}{x}=\frac{x^2+1}{x}$

$\therefore$ व्युत्क्रम $=\frac{x}{x^2+1}$

33. यदि $\sqrt{2y+\sqrt{2y+4}}=4$ तब y का मान होगा ?

(a) 4 (b) 6
(c) 8
(d) More than one of the above
उपर्युक्त में से एक से अधिक
(e) None of the above /उपर्युक्त में से कोई नहीं

Ans : (b) $\sqrt{2y+\sqrt{2y+4}}=4$

दोनों पक्षों का वर्ग करने पर–

$2y+\sqrt{2y+4}=16$

$\sqrt{2y+4}=16-2y$

दोनों पक्षों का पुन: वर्ग करने पर

$2y+4=256+4y^2-64y$

$\Rightarrow 4y^2-66y+252=0$

$\Rightarrow 2y^2-33y+126=0$

$2y^2-12y-21y+126=0$

$2y(y-6)-21(y-6)=0$

$(y-6)(2y-21)=0$

$\Rightarrow y=6$ या $y=\frac{21}{2}$

अत: $y=6$ समी. का हल है।

34. H.C.F. of x^2+2x-8 and x^2+x-12 will be
x^2+2x-8 तथा x^2+x-12 का म.स. होगा

(a) x–2 (b) x–3
(c) x+4
(d) More than one of the above
उपर्युक्त में से एक से अधिक
(e) None of the above /उपर्युक्त में से कोई नहीं

Ans : (c)

$x^2+2x-8=x^2+4x-2x-8=x(x+4)-2(x+4)$

$=(x-2)(x+4)$

$x^2+x-12=x^2+4x-3x-12=x(x+4)-3(x+4)$

$=(x-3)(x+4)$

इसलिए म.स. होगा (x+4)

35. One of the roots of the equation $3x^2+px+3=0$; $p>0$ is square of the other, then p is equal to
यदि समीकरण $3x^2+px+3=0$; $p>0$ में एक मूल दूसरे मूल का वर्ग हो तो p बराबर है

(a) $\frac{1}{3}$ (b) 1 (c) 3
(d) More than one of the above
उपर्युक्त में से एक से अधिक
(e) None of the above /उपर्युक्त में से कोई नहीं

Ans : (c) The equation $3x^2+px+3=0$, $p>0$
Let one root is α and other roots is α^2. Then

$$\alpha+\alpha^2=\frac{-p}{3} \quad \text{.......... (i)}$$

and $$\alpha.\alpha^2=\frac{3}{3}=1 \Rightarrow \alpha^3=1$$

We know that if $\alpha^3=1$ then $\alpha+\alpha^2=-1$ by cube root of unity so comparision by equation (i)

$$\frac{-p}{3}=-1$$
$$p=3$$

36. The equation $\sqrt{x+1}-\sqrt{x-1}=\sqrt{4x-1}$ has
समीकरण $\sqrt{x+1}-\sqrt{x-1}=\sqrt{4x-1}$ के पास

(a) no solution/ कोई हल नहीं है
(b) one solution/ एक हल है
(c) two solution/ दो हल है
(d) More than one of the above
उपर्युक्त में से एक से अधिक
(e) None of the above /उपर्युक्त में से कोई नहीं

Ans : (a) Equation $\sqrt{x+1}-\sqrt{x-1}=\sqrt{4x-1}$
Squaring on both side, we get

$$(x+1)+(x-1)-2\sqrt{(x+1)(x-1)}=4x-1$$

$$\Rightarrow \quad 2x-4x+1=2\sqrt{(x+1)(x-1)}$$
$$\Rightarrow \quad -2x+1=2\sqrt{(x+1)(x-1)}$$
$$-2\sqrt{x^2-1}=2x-1$$

Again squaring on both side, we get

$$4x^2+1-4x=4(x^2-1)$$
$$4x^2+1-4x-4x^2+4=0$$
$$x=\frac{5}{4}$$

नोट- x का मान दिये गये समीकरण को संतुष्ट नहीं करता है।

37. If the roots of the equation $x^3-12x^2+39x-28=0$ are in A.P., then difference between two of its roots is/ यदि समीकरण $x^3-12x^2+39x-28=0$ के मूल समान्तर श्रेणी में हों, तो इनके दो मूलों का अंतर है–

(a) 1 (b) 2 (c) 3
(d) More than one of the above
उपर्युक्त में से एक से अधिक
(e) None of the above /उपर्युक्त में से कोई नहीं

Ans : (c) Given eq^n is $x^3-12x^2+39x-28=0$
Putting, x=1 satisfies the given equation
hence x=1 is a root of the equation
let α,β,γ are the roots of the equation

Then $\alpha+\beta+\gamma=12$.............(1)

But α,β,γ are in A.P.

$\therefore 2\beta=\alpha+\gamma$........................(2)

From (1) and (2), we get

$3\beta=12 \Rightarrow \beta=4$

if $\alpha=1$, $\beta=4$, then $\gamma=12-(\alpha+\beta)$
$=12-(1+4)$
$=7$

Then difference of two roots is $=4-1=\boxed{3.}$

38. If α, β, γ are roots of $x^3+px^2+qx+r=0$ and α, β, γ are non-zero then $\left(\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}+\frac{1}{\gamma}\right)=$
यदि α, β, γ, समीकरण $x^3+px^2+qx+r=0$ के मूल हैं, और α, β, γ गैर-शून्य हैं तब $\left(\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}+\frac{1}{\gamma}\right)=$

(a) p^2-2q (b) $-q/r$
(c) pqr
(d) More than one of the above
उपर्युक्त में से एक से अधिक
(e) None of the above /उपर्युक्त में से कोई नहीं

Ans : (b) If α,β,γ are the roots of eq^n $x^3+px^2+qx+r=0$ then

$\alpha+\beta+\gamma=-p$ ....(i)
$\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha=q$ ....(ii)
$\alpha.\beta.\gamma=-r$ ....(iii)

$$\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}+\frac{1}{\gamma}=\frac{\beta\gamma+\gamma\alpha+\alpha\beta}{\alpha\beta\gamma}=\frac{-q}{r}$$

39. x and a are real numbers. If $a>0$ and $|x|>a$ then–/x तथा a वास्तविक संख्याएँ हैं। यदि $a>0$ तथा $|x|>a$ है, तो–

(a) $x\in(-a,\infty)$
(b) $x\in(-\infty,-a)\cup(a,\infty)$
(c) $x\in(-a,a)$
(d) More than one of the above
उपर्युक्त में से एक से अधिक
(e) None of the above /उपर्युक्त में से कोई नहीं

Ans. (b) : x, a are Real number
then $a>0$, $|x|>a$
So, that
$x\in(-\infty,-a)\cup(a,\infty)$

40. If the root of the equation $mx^2-4x+2(m+1)=0$ are real, then:/ यदि समीकरण $mx^2-4x+2(m+1)=0$ के मूल वास्तविक हों तो:

(a) $m \geq 1$ (b) $m \in [-2,1]$
(c) $m \geq -2$ and $m \leq 1$
(d) More than one of the above
उपर्युक्त में से एक से अधिक
(e) None of the above /उपर्युक्त में से कोई नहीं

Ans. (c) : $mx^2-4x+2(m+1)=0$
for real roots
$b^2 \geq 4ac$
$16 \geq 4m(2m+2)$
$16 \geq 8m^2+8m$
$m^2+m-2 \leq 0$
$m = 1, -2$
$m \geq -2$ and $m \leq 1$

41. If α, β, γ are the roots of the equation $x^3-x+1=0$, the value of $\alpha^3+\beta^3+\gamma^3$ is:/ यदि α, β, γ समीकरण $x^3-x+1=0$, के मूल हैं तो $\alpha^3+\beta^3+\gamma^3$ का मान है:
(a) –3 (b) 3 (c) 1
(d) More than one of the above
उपर्युक्त में से एक से अधिक
(e) None of the above /उपर्युक्त में से कोई नहीं

Ans. (a) : $x^3-x+1=0$ के मूल α, β, γ है तो,
$\alpha+\beta+\gamma=0$
$\alpha.\beta.\gamma=-1$
जब $(\alpha+\beta+\gamma)=0$ तो $\boxed{\alpha^3+\beta^3+\gamma^3=3\alpha\beta\gamma}$
$\alpha^3+\beta^3+\gamma^3=3\alpha\beta\gamma$
$\boxed{\alpha^3+\beta^3+\gamma^3=-3}$

42. If one root of $5x^2+13x+k=0$ is reciprocal of the other, then k is equal to:
(a) 0 (b) 5 (c) 2
(d) More than one of the above
उपर्युक्त में से एक से अधिक
(e) None of the above /उपर्युक्त में से कोई नहीं

Ans. (b) : माना दिये हुए समी. का एक मूल α है तब दूसरा मूल $\frac{1}{\alpha}$ होगा।
$5x^2+13x+K=0$
$\therefore$ मूलों का गुणनफल $=\alpha.\frac{1}{\alpha}=\frac{k}{5}$ $\Rightarrow \boxed{k=5}$

43. The number of solutions in the set of real numbers of the equation $|x|^2+5|x|+6=0$ is
(a) zero (b) four
(c) two
(d) More than one of the above
उपर्युक्त में से एक से अधिक
(e) None of the above /उपर्युक्त में से कोई नहीं

Ans. (a) : समी० $|x|^2+5|x|+6=0$
समी०के हल $|x|^2+3|x|+2|x|+6=0$
$|x|(|x|+3)+2(|x|+3)=0$
$(|x|+3)(|x|+2)=0$
$|x| \neq -3, -2$ does not possible
समी० का कोई हल (शून्य) नहीं है।

44. If the roots of the cubic equation $2x^3-3x^2-5x+3=0$ are in A.P., then one of the roots is
(a) 1 (b) 2 (c) $\frac{1}{2}$
(d) More than one of the above
उपर्युक्त में से एक से अधिक
(e) None of the above /उपर्युक्त में से कोई नहीं

Ans. (c) : Given that roots of cubic equation
$2x^3-3x^2-5x+3=0$ are in A.P.
let roots are a–b, a, a+b
a–b+a+a+b=3/2
3a = 3/2
$a=\frac{1}{2}$

45. यदि x + 2 और x –1 समीकरण $x^3+10x^2+mx+n=0$ के दो गुणनखण्ड हो तो m तथा n का मान क्या होगा :
(a) 5 और –3 (b) 17 और –8
(c) 7 और –18
(d) More than one of the above
उपर्युक्त में से एक से अधिक
(e) None of the above /उपर्युक्त में से कोई नहीं

Ans : (c) यदि x + 2 तथा x–1 समीकरण $x^3+10x^2+mx+n=0$ के दो गुणनखण्ड है तथा x = –2 तथा x = 1 रखने पर समीकरण सन्तुष्ट होगा।
$(-2)^3+10(-2)^2+m(-2)+n=0$
$-8+40-2m+n=0$
$-2m+n=-32$ ....(i)
अब, x = 1 से,
$(1)^3+10(1)^2+m\times1+n=0$
$m+n=-11$ ....(ii)
समी0 (i) में से समी. (ii) को घटाने पर,
$-2m+n=-32$
$m+n=-11$
$-3m=-21$
$m=7$
समी. (i) में m का मान रखने पर,
$-2\times7+n=-32$
$n=-32+14$
$n=-18$
अतः $m=7$ और $n=-18$

46. यदि 2 + i समीकरण $x^2-ax+1=0$ का एक मूल है, तब a का मान क्या होगा?
(a) 2 (b) 4 (c) 1
(d) More than one of the above
उपर्युक्त में से एक से अधिक
(e) None of the above /उपर्युक्त में से कोई नहीं

Ans : (b) $\because$ $2 + i$ समी0 $x^2 - ax + 1 = 0$ का एक मूल है।
$\therefore$ $2 - i$ समी. $x^2 - ax + 1 = 0$ का दूसरा मूल $(2 - i)$ होगा।

$\therefore$ मूलों का योगफल $= \dfrac{-x \text{का गुणांक}}{x^2 \text{का गुणांक}}$

$2 + i + 2 - i = \dfrac{-(-a)}{1} = \boxed{a = 4}$

47. If the roots of equation $2x^2 + kx - 8 = 0$ are equal and of opposite sign, then the value of k is.
यदि द्विघात समीकरण $2x^2 + kx - 8 = 0$ के मूल समान और विपरीत चिन्ह वाले हो तब k का मान क्या होगा?

(a) 0 (b) – 2 (c) 4
(d) More than one of the above
उपर्युक्त में से एक से अधिक
(e) None of the above /उपर्युक्त में से कोई नहीं

Ans : (a) माना समीकरण के मूल α तथा $-\alpha$ हैं।

$\therefore$ मूलों का योगफल $= \dfrac{-x \text{ का गुणांक}}{x^2 \text{ का गुणांक}}$

$(\alpha - \alpha) = \dfrac{-k}{2} \Rightarrow \boxed{k = 0}$

48. यदि समीकरण $ax^2 + bx + c = 0$ का एक मूल दूसरे मूल का वर्ग हो तब–

(a) $a^3 + bc\,(b+c) = 3abc$
(b) $b^3 + ac\,(a+c) = 3abc$
(c) $c^3 + ab\,(a+b) = 3abc$
(d) More than one of the above
उपर्युक्त में से एक से अधिक
(e) None of the above /उपर्युक्त में से कोई नहीं

Ans : (b) माना एक मूल α तथा दूसरा मूल α^2 है।

$\therefore$ मूलों का योगफल, $\alpha + \alpha^2 = \dfrac{-b}{a}$ ... (i)

मूलों का गुणनफल, $\alpha.\alpha^2 = \dfrac{c}{a} \Rightarrow \alpha^3 = \dfrac{c}{a}$ ... (ii)

समी. (i) के दोनों पक्षों का घन करने पर

$$\left(\alpha + \alpha^2\right)^3 = \left(\frac{-b}{a}\right)^3$$

$$\alpha^3 + \alpha^6 + 3\alpha^3\left(\alpha + \alpha^2\right) = \frac{-b^3}{a^3}$$

$$\frac{c}{a} + \left(\frac{c}{a}\right)^2 + 3.\frac{c}{a} \times \left(\frac{-b}{a}\right) = \frac{-b^3}{a^3} \quad \text{equ. (ii) से}$$

$$\frac{c}{a} + \frac{c^2}{a^2} - \frac{3bc}{a^2} = \frac{-b^3}{a^3}$$

$a^2c + ac^2 - 3abc = -b^3 \Rightarrow b^3 + a^2c + ac^2 = 3abc$

$\Rightarrow$ $b^3 + ac\,(a+c) = 3abc$

49. द्विघात समीकरण x^2-6x+6=0 के मूलों का संख्यात्मक अन्तर है:

(a) 0 (b) $\sqrt{6}$ (c) $\sqrt{12}$
(d) More than one of the above
उपर्युक्त में से एक से अधिक
(e) None of the above /उपर्युक्त में से कोई नहीं

Ans : (c) माना द्विघात समीकरण $x^2 - 6x + 6 = 0$ के मूल α तथा β है।
$\therefore$ मूलों का योगफल $(\alpha+\beta) = 6$ तथा मूलों का गुणनफन $(\alpha.\beta) = 6$,

सूत्र $(\alpha - \beta)^2 = (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta$

$= 6^2 - 4 \times 6$

$= 36 - 24 = 12 \Rightarrow \alpha - \beta = \sqrt{12}$

अत: समीकरण के मूलों का अन्तर $\sqrt{12}$ है।

50. The value of k for which the quadratic equation $kx^2 + 1 = kx + 3x - 11x^2$ has real and equal roots are/k के किस मान पर समीकरण $kx^2 + 1 = kx + 3x - 11x^2$ वास्तविक तथा समान मूल रखता है–

(a) (–11, –3) (b) (5, 7)
(c) (5, –7)
(d) More than one of the above
उपर्युक्त में से एक से अधिक
(e) None of the above /उपर्युक्त में से कोई नहीं

Ans : (c) द्विघात समीकरण
$kx^2 + 1 = kx + 3x - 11x^2$
$(k+11)x^2 - (k+3)x + 1 = 0$
$ax^2 + bx + c = 0$ से तुलना करने पर,
$\Rightarrow a = (k+11),\ b = -(k+3),\ c = 1$
x के वास्तविक व समान मूल के लिए
$b^2 - 4ac = 0$
$[-(k + 3)]^2 - 4(k + 11) = 0$
$k^2 + 9 + 6k - 4k - 44 = 0$
$k^2 + 2k - 35 = 0$
$k^2 + 7k - 5k - 35 = 0$
$(k+7)(k-5) = 0$
अत: $k = (5, -7)$

51. If one root of the equation $3x^4 - 10x^3 + 4x^2 - x - 6 = 0$ is $\dfrac{1 + i\sqrt{3}}{2}$, then the other roots are:

(a) $\dfrac{-1 + i\sqrt{3}}{2}, -\dfrac{2}{3}, -3$ (b) $\dfrac{1 - i\sqrt{3}}{2}, -\dfrac{2}{3}, 3$

(c) $\dfrac{-1 + i\sqrt{3}}{2}, -\dfrac{2}{3}, 3$

(d) More than one of the above
उपर्युक्त में से एक से अधिक
(e) None of the above /उपर्युक्त में से कोई नहीं

Ans : (b) $3x^4 - 10x^3 + 4x^2 - x - 6 = 0$ equation is biquadratic then Root of four imaginary root is pair then $\dfrac{1 - i\sqrt{3}}{2}$ let two other root are α, β

Sum of the Root $= \dfrac{-x^3 \text{of coff}}{x^4 \text{of coff}} = \dfrac{10}{3}$

option is satisfy
$3x^4 - 10x^3 + 4x^2 - x - 6 = 0$

Root $\dfrac{1 + i\sqrt{3}}{2}, \dfrac{1 - i\sqrt{3}}{2}, 3, -\dfrac{2}{3}$

$$3\left(\frac{-2}{3}\right)^4 - 10 \times \left(\frac{-2}{3}\right)^3 + 4\left(\frac{-2}{3}\right)^2 + \frac{2}{3} - 6 = 0$$

1.2 अनुक्रम और श्रेणी
Sequences and Series (A.P, G.P, H.P)

52. Value of $1^3 + 2^3 + 3^3 + ...+ n^3$, is
$1^3 + 2^3 + 3^3 + ...+ n^3$ का मान है

(a) n(n+1)/2
(b) n(n + 1)(n + 2)/6
(c) n(n + 1)(2n + 1)/6
(d) More than one of the above
उपर्युक्त में से एक से अधिक
(e) None of the above /उपर्युक्त में से कोई नहीं

Bihar Tre 3.0 22/07/2024

Ans. (e) हमें पता है।

$$1+2+3-------n=\frac{n(n+1)}{2}$$

$$1^2+2^2+3^2------n^2=\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

$$1^3+2^3+3^3----+n^3=\left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2$$ होगा।

53. The value of series $1^2 + 2^2 + 3^2 +... +p^2$ is
श्रेणी $1^2 + 2^2 + 3^2 +... +p^2$ का मान है ?

(a) $\frac{p(p+1)}{2}$
(b) $\frac{p(2p+1)(p-1)}{6}$
(c) $\frac{p(p+1)(2p+1)}{6}$
(d) More than one of the above/उपर्युक्त में से एक से अधिक
(e) None of the above/उपर्युक्त में से कोई नहीं

Bihar Tre 2.0 15/12/2023

Ans. (c) : हम जानते हैं कि,

$$1^2+2^2+3^2+...+p^2$$
$$=\frac{p(p+1)(2p+1)}{6}$$

54. The first term of a geometric progression is 1. If the sum of the third term and fifth term is 90, then the common ratio of the geometric progression is
एक गुणोत्तर श्रेणी का प्रथम पद 1 है। यदि उसके तीसरे तथा पाँचवें पद का योग 90 हो, तो गुणोत्तर श्रेणी का सर्वनिष्ठ अनुपात है

(a) 3 (b) 2
(c) 1
(d) More than one of the above/उपर्युक्त में से एक से अधिक
(e) None of the above/उपर्युक्त में से कोई नहीं

Bihar Tre 2.0 15/12/2023

Ans. (a) : दिया है– गुणोत्तर श्रेणी का प्रथम पद a =1

$\because n^{th}$ पद = ar^{n-1}

$\Rightarrow$ तीसरा पद = ar^2

तथा पाचवाँ पद = ar^4

$\because ar^2 + ar^4 = 90$

$\Rightarrow r^2 + r^4 = 90$ $(\because a = 1)$

$\Rightarrow r^2 (1 + r^2) = 90$

$\Rightarrow r^2 (1 +r^2) = 3^2 (1 + 3^2)$

$\Rightarrow r = 3$

55. Which term of the following sequence is 128?
2, 2 $\sqrt{2}$, 4, ...
निम्नलिखित अनुक्रम का कौन-सा पद 128 होगा?
2, 2 $\sqrt{2}$, 4, ...

(a) 9th term/9वाँ पद
(b) 12th term/12वाँ पद
(c) 13th term/13वाँ पद
(d) More than one of the above/उपर्युक्त में से एक से अधिक
(e) None of the above/उपर्युक्त में से कोई नहीं

Bihar Tre 2.0 15/12/2023

Ans. (c) : दिया गया अनुक्रम, 2, $2\sqrt{2}$, 4, ... एक गुणोत्तर श्रेणी है।

जहाँ, पहला पद = 2

सर्वनिष्ठ अनुपात = $\sqrt{2}$

अतः $T_{13} = ar^{13-1}$

$=2\left(\sqrt{2}\right)^{12}$

$= 128$

अतः श्रेणी का 13वाँ पद 128 होगा।

56. If 1/(b + c), 1/(c + a) and 1/(a+ b) are in arithmetic progression, then
यदि 1/(b + c), 1/(c + a) तथा 1/(a+ b) समांतर श्रेणी में हों, तो

(a) a, b, c are in arithmetic progression/a, b, c समांतर श्रेणी में होंगे
(b) a^2, b^2, c^2 are in arithmetic progression/a^2, b^2, c^2 समांतर श्रेणी में होंगे
(c) 1/a, 1/b, 1/c are in arithmetic progression/समांतर श्रेणी में होंगे
(d) More than one of the above/उपर्युक्त में से एक से अधिक
(e) None of the above/उपर्युक्त में से कोई नहीं

Bihar Tre 2.0 15/12/2023

Ans. (b): $\because$ $\frac{1}{b+c}$ $\frac{1}{c+a}$ तथा $\frac{1}{a+b}$ समान्तर श्रेणी में है।

अतः,

$$\frac{2}{c+a}=\frac{1}{b+c}+\frac{1}{a+b}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{2}{c+a}=\frac{a+b+b+c}{(ba+b^2+ac+bc)}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{2ba+2b^2+2ac+2bc}{(c+a)}=a+2b+c$$

$\Rightarrow$ $2ba + 2b^2 + 2ac + 2bc = ac + a^2 + 2bc + 2ab + c^2 + ac$

$\Rightarrow$ $2b^2 = a^2 + c^2$

अतः, a^2, b^2, c^2 समान्तर श्रेणी में होगें।

57. If the nth term of an arithmetic progression is 3n - 4, then the 10th term of the arithmetic progression is

यदि एक समांतर श्रेणी का nवाँ पद 3n - 4 हो, तो उस समांतर श्रेणी का 10वाँ पद है

(a) 12 (b) 26

(c) 36

(d) More than one of the above/उपर्युक्त में से एक से अधिक

(e) None of the above/उपर्युक्त में से कोई नहीं

Bihar Tre 2.0 15/12/2023

Ans. (b) : $\because$ समान्तर श्रेणी का nवाँ पद = 3n– 4

अतः समान्तर श्रेणी का 10वाँ पद, n = 10

$= 3\times10 - 4$

$= 26$

58. Which term of the progression $5, \sqrt{5}, 1, ...$ is $\frac{1}{625}$?

श्रेणी $5, \sqrt{5}, 1, ...$ का कौन-सा पद $\frac{1}{625}$ है?

(a) 10^{th}/10वाँ (b) 11^{th}/11वाँ

(c) 12^{th}/12वाँ

(d) More than one of the above/उपर्युक्त में से एक से अधिक

(e) None of the above/उपर्युक्त में से कोई नहीं

Bihar Tre 1.0 26/08/2023

Ans.(b): We must have

$$5\left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right)^{n-1}=\frac{1}{625}=\frac{1}{3125}=\left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right)^{10}$$

$\Rightarrow$ $n - 1 = 10$

$\Rightarrow$ $n = 11$

59. The sum of three numbers in AP is –3 and their product is 8. The numbers are.

समांतर श्रेणी में तीन संख्याओं का योग –3 है और उनका गुणनफल 8 है। संख्याएँ हैं

(a) – 4, – 1, 2 (b) 2, – 1, –4

(c) 1, – 8, – 1

(d) More than one of the above/उपर्युक्त में से एक से अधिक

(e) None of the above/उपर्युक्त में से कोई नहीं

Bihar Tre 1.0 26/08/2023

Ans.(d): Let the terms of the AP be

$a - d + a + a + d = -3$

$\Rightarrow$ $a = -1$

and hence $a(a^2 - d^2) = 8$

$\Rightarrow$ $1 - d^2 = -8$

$\Rightarrow$ $d^2 = 9$

$\Rightarrow$ $d = \pm3$

Therefore, the numbers are – 4, – 1, or 2, – 1, – 4.

60. For what value of n is $\frac{a^{n+1}+b^{n+1}}{a^n+b^n}$ the geometrical mean of a and b?

n के किस मान के लिए $\frac{a^{n+1}+b^{n+1}}{a^n+b^n}$, a और b का गुणोत्तर माध्य है?

(a) 1 (b) 2 (c) $\frac{1}{2}$

(d) More than one of the above/उपर्युक्त में से एक से अधिक

(e) None of the above/उपर्युक्त में से कोई नहीं

Bihar Tre 1.0 26/08/2023

Ans.(e): Geometrical mean of a and b = $\sqrt{ab}$

Now, $\frac{a^{n+1}+b^{n+1}}{a^n+b^n}=\sqrt{ab}$

$\Rightarrow$ $(a^{n+1}+b^{n+1})=(ab)^{\frac{1}{2}}(a^n+b^n)$

$\Rightarrow$ $a^{n+1}+b^{n+1}=a^{n+\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}}+a^{\frac{1}{2}}b^{n+\frac{1}{2}}$

$\Rightarrow$ $a^{n+1}-a^{n+\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}}=a^{\frac{1}{2}}b^{n+\frac{1}{2}}-b^{n+1}$

$\Rightarrow$ $a^{n+\frac{1}{2}}(a^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}})=b^{n+\frac{1}{2}}(a^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}})$

$\Rightarrow$ $a^{n+\frac{1}{2}}=b^{n+\frac{1}{2}}$

$\Rightarrow$ $n+\frac{1}{2}=0$

$\Rightarrow$ $n=-\frac{1}{2}$

61. In how many ways can 5 rings of different types be worm in 4 fingers?

4 अँगुलियों में विभिन्न प्रकार की 5 अँगूठियों कितने प्रकार से पहनी जा सकती हैं?

(a) 2^5 (b) 3^5 (c) 4^5

(d) More than one of the above/उपर्युक्त में से एक से अधिक

(e) None of the above/उपर्युक्त में से कोई नहीं

Bihar Tre 1.0 26/08/2023

Ans.(c): Since for every finger there are five rings to choose from we get that the required number of ways is 4^5.

62. The value of $5^2 + 6^2 + 7^2 + ... + 20^2$ is –
$5^2 + 6^2 + 7^2 + ... + 20^2$ का मान है–

(a) 2040 (b) 2540
(c) 2840
(d) More than one of the above
उपर्युक्त में से एक से अधिक
(e) None of the above /उपर्युक्त में से कोई नहीं

Ans. (c) : 2840

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 + ... + 20^2 = \frac{(20)(21)(41)}{6}$$

$$\Rightarrow 5^2 + 6^2 + ... + 20^2 = 2870 - 30$$

$$\Rightarrow 5^2 + 6^2 + ... + 20^2 = 2840$$

63. If the n^{th} term of the progression 5, √5, 1, ... is $\frac{1}{3125}$, then the value of n is

यदि श्रेणी 5, √5, 1, ...का nवाँ पद $\frac{1}{3125}$ हो, तो n का मान है

(a) 10 (b) 13
(c) 12
(d) More than one of the above
उपर्युक्त में से एक से अधिक
(e) None of the above /उपर्युक्त में से कोई नहीं

Ans. (b) : Given progression is
5, √5, 1, ...
which is a geometric progression (G. P.) with first term
(a) = 5 and common ratio (r) = $\frac{1}{\sqrt{5}}$

Given n^{th} term is $\frac{1}{3125}$

i.e. $ar^{n-1} = \frac{1}{3125}$

$$5\left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right)^{n-1} = \frac{1}{3125}$$

$$\frac{1}{5^{\frac{n-1}{2}-1}} = \frac{1}{3125}$$

$$5^{\frac{n-3}{2}} = 5^5$$

$$\frac{n-3}{2} = 5$$

n = 13

64. A man saves Rs. 200 in each of the first three months of his service, In each of the subsequent months, his saving increases by Rs. 40 more than the saving of immediately previous month. His total saving from the start of service will be Rs.11,040 after:

एक आदमी अपनी नौकरी के प्रथम 3 महीने में 200 रुपये बचाता है। प्रत्येक महीने में पिछले महीने की अपेक्षा 40 रुपये ज्यादा बचाता है। प्रारम्भ से, 11,040 रुपये बचाने के लिए उसे समय लगेगाः

(a) 19 months/19 महीने (b) 20 months/20 महीने
(c) 21months/ 21 महीने
(d) More than one of the above
उपर्युक्त में से एक से अधिक
(e) None of the above /उपर्युक्त में से कोई नहीं

Ans. (c) : Man's saving are
200, 200, 200, 240, 260, ... (n terms)
each month respectively.
Now, we have
200+200+200+240+280+...(n terms) = 11,040
which gives
200+240+280+ ... (n terms) = 10,640

$\Rightarrow \frac{n}{2}\left[2\times200+(n-1)40\right] = 10,640$

$\Rightarrow 20n^2 + 180n - 10,640 = 0$

$\Rightarrow n^2 + 9n - 532 = 0$

$\Rightarrow (n+28)(n-19) = 0$

$\Rightarrow$ n = 19 months

Hence, his total saving from the start of service will be Rs. 11,040 after 19+2 = 21 months.

65. For what value of 'K'; K+2, 4K–6, 3K–2 are three consecutive terms of an A.P.?
'K' के किस मान के लिए K+2, 4K–6, 3K–2 समांतर श्रेणी के तीन क्रमागत पद हैं?

(a) 1 (b) –1
(c) 3
(d) More than one of the above
उपर्युक्त में से एक से अधिक
(e) None of the above /उपर्युक्त में से कोई नहीं

Ans. (c) : If K+2, 4K–6, 3K–2 are three consecutive terms of an A.P then

$\Rightarrow 4K-6-(K+2) = 3K-2-(4K-6)$

$\Rightarrow 3K-8 = -K+4 \Rightarrow 4K = 12$

$\Rightarrow K = 3$

66. Let us say a, b, c are in AP then which of the following in not true?

(a) b + b = a + c (b) b – a = c – b
(c) b + a = c + b
(d) More than one of the above
उपर्युक्त में से एक से अधिक
(e) None of the above /उपर्युक्त में से कोई नहीं